

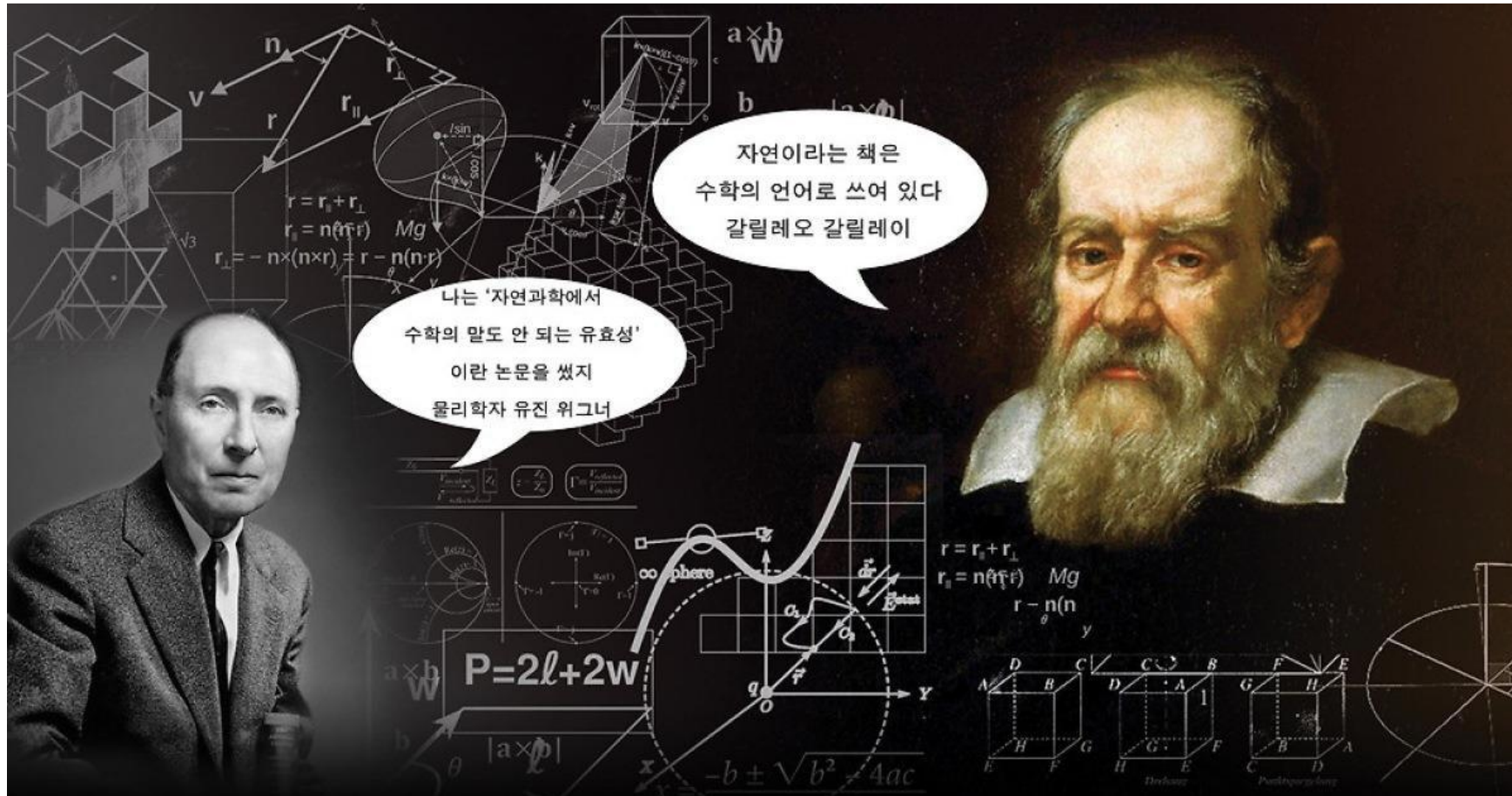
수학적 모델링(ft. 미분방정식)

2024311888 김태훈

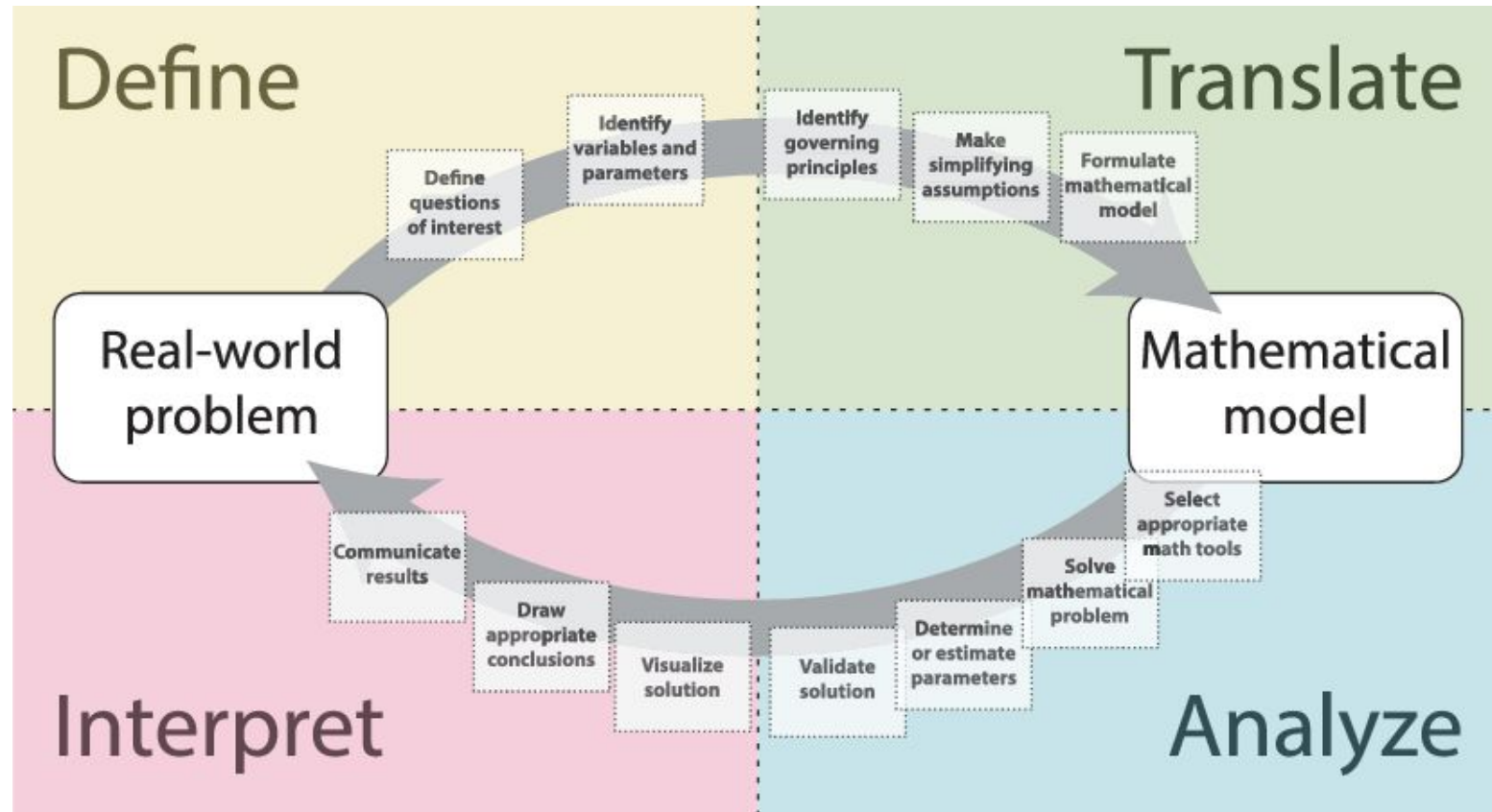
2024.05.21

MIMIC

수학은 자연의 언어이다?



수학적 모델링



수학적 모델링의 예시 - 좀비 바이러스



k_1 : 인간의 자연증가율(time^{-1})
 k_2 : 인간이 좀비가 되는 비율($\text{individual}^{-1}\text{time}^{-1}$)
 k_3 : 일정시간이 지난 좀비가 죽는 비율(time^{-1})

시간에 따른 사람과 좀비의 수 변화를 어떻게 알 수 있을까?

수학적 모델링의 예시 - 좀비 바이러스



시간에 따른 감염자 수: $P(t)$

P와 Z 사이 일반적인 방정식으로는 각 함수를
파악하기 어렵다!!
(변화율이 서로에게 의존해서 바뀌니까)



시간에 따른 좀비 수: $Z(t)$

수학적 모델링의 예시 - 좀비 바이러스



시간에 따른 인구의 변화: $\frac{dP}{dt}$

자연적인 인간의 증가율이 k_1 이므로 우선적으로 $\frac{dP}{dt} = k_1 P$



시간에 따른 좀비 수의 변화: $\frac{dZ}{dt}$

자연적인 좀비의 감소율이 k_3 이므로 우선적으로 $\frac{dZ}{dt} = -k_3 Z$

수학적 모델링의 예시 - 좀비 바이러스



좀비와 인간의 직접적인 “접촉”이 있어야
바이러스가 전파할 수 있다!

인간과 좀비가 얼마나 자주 마주치는가는
인간과 좀비의 수를 곱하여 표현할 수 있다.

즉, 인간이 좀비로 변하는 비율은 k_2PZ 이다

수학적 모델링의 예시 - 좀비 바이러스



$$\frac{dP}{dt} = k_1P - k_2PZ$$

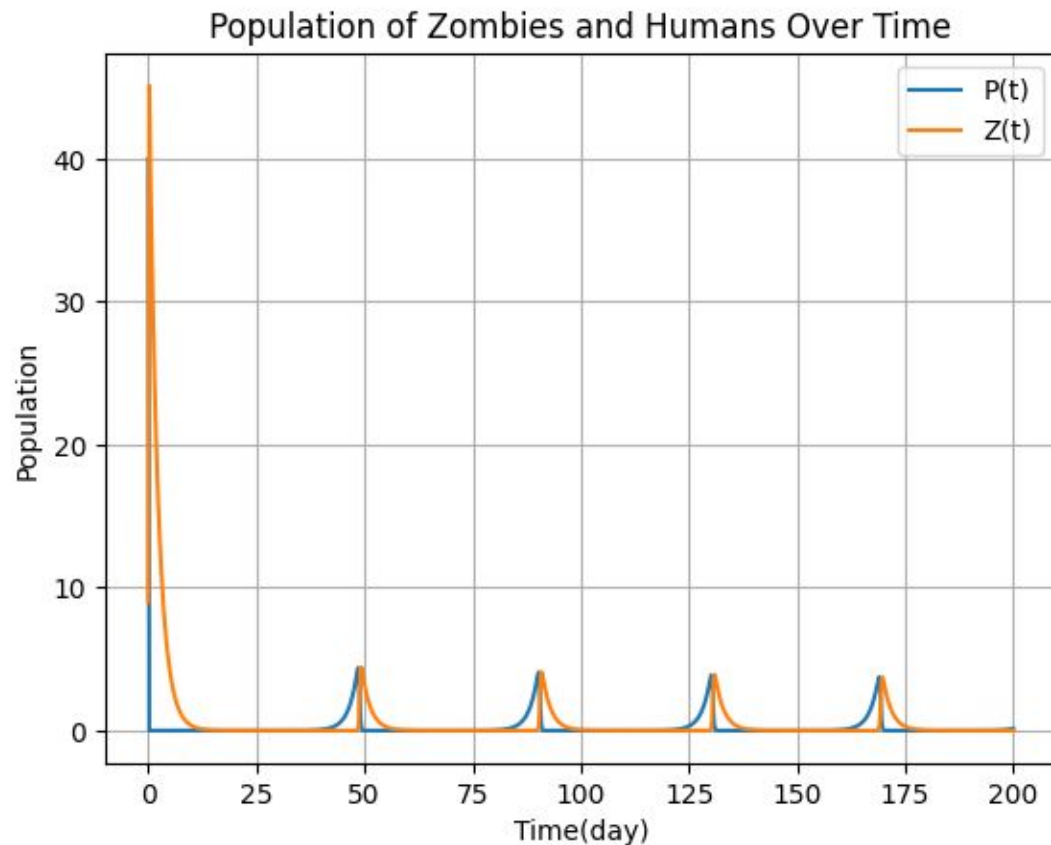
$$\frac{dZ}{dt} = k_2PZ - k_3Z$$



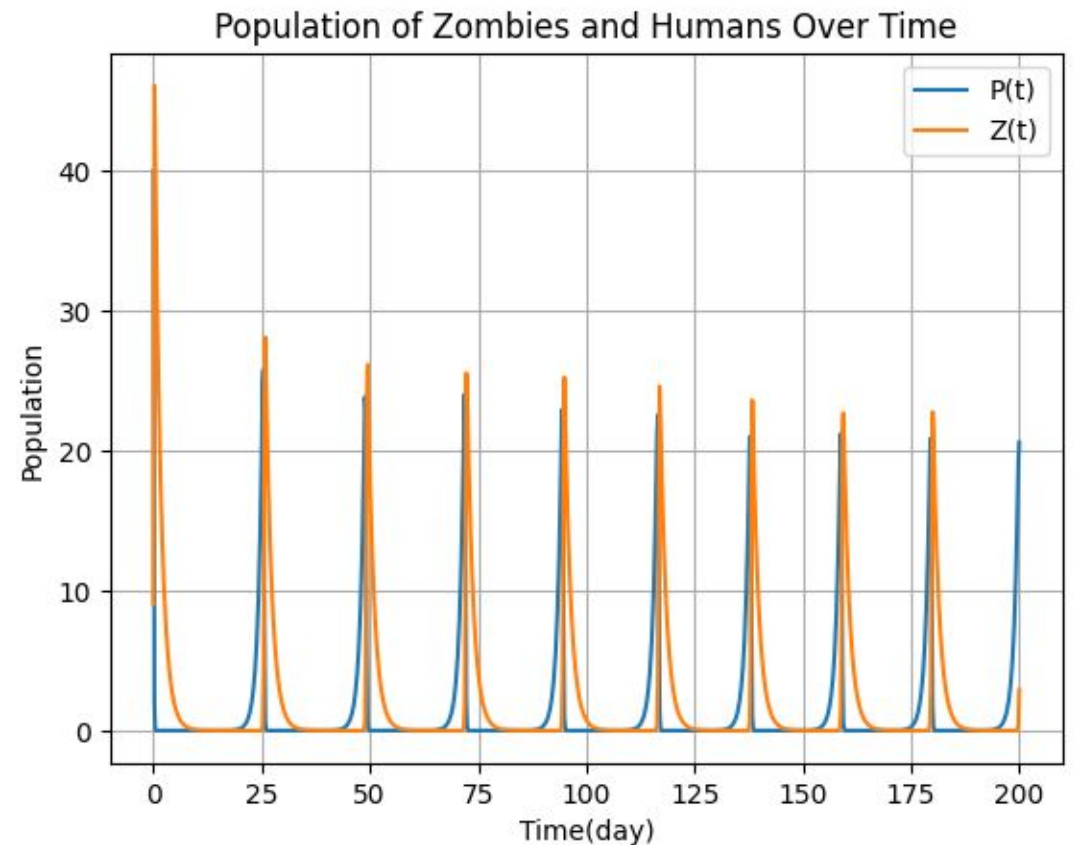
극단적인 상황에서 인구 양상은 어떻게 변할까?

수학적 모델링의 예시 - 좀비 바이러스

$(P(0), Z(0)), (k_1, k_2, k_3)$



$(40, 9),$
 $(0.5, 2, 0.5)$



$(40, 9),$
 $(1, 0.5, 0.5)$

미분방정식(differential equation)이란?

Def_)

하나 또는 둘 이상의 독립변수에 대해, 하나 또는 그 이상의 미지의 함수 (또는 종속 변수)의 도함수를 포함하는 방정식을 **미분방정식**이라 한다.

한 매개 변수가 다른 매개 변수에 대한 의존성을 알 수 없는 문제가 종종 발생하지만 한 매개 변수가 다른 매개 변수 (미분)에 대한 변화율에 대한 표현을 작성할 수 있다. 이 경우 문제는 다른 표현과 관련된 도함수로 함수를 찾는 것으로 축소된다.

Ex.

상미분방정식과 편미분방정식

-독립변수가 1개인가 혹은 그

이상의가
선형 미분방정식과 비선형 미분방정식

-F가 선형 결합 함수일 때, $F(t, u(t), u'(t), \dots, u^{(n)}(t))=0$

미분방정식에 대해 알아보자~!

Ex.

Ex.

$$y'(x) = y(x)$$

간단하게 그 해가 지수함수(ce^x) 형태인 것을 쉽게 알 수 있다.

Ex.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^y}$$

간단하게 그 해가 $y = \ln|x + c|$ 라는 것을 알 수 있다.

코로나의 진행 양상을 예측해보자~!



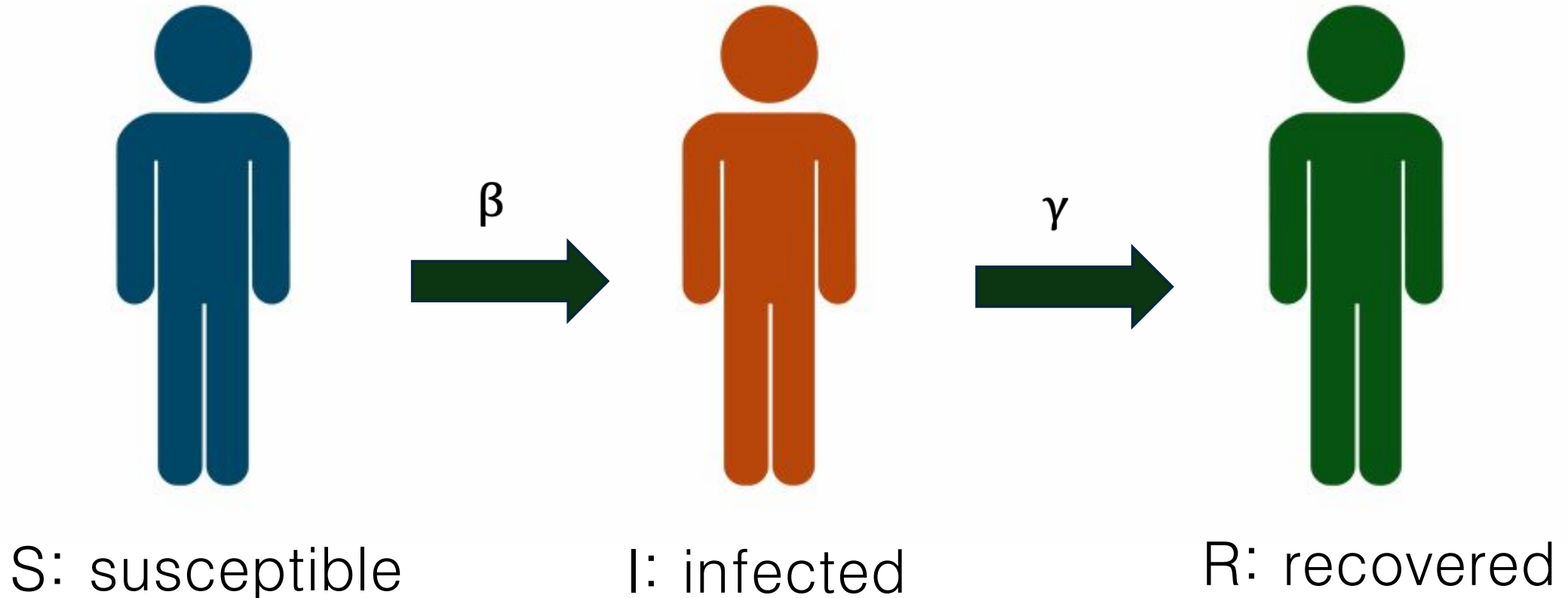
코로나 걸렸는데
너무 아파요



자리가 없어요

질병의 진행 양상을 분석하는 것은 질병
대응을 위해 필수적

코로나 진행 양상을 예측해보자~!!



코로나 진행 양상을 예측해보자~!!

$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta}{N} \cdot S \cdot I$$

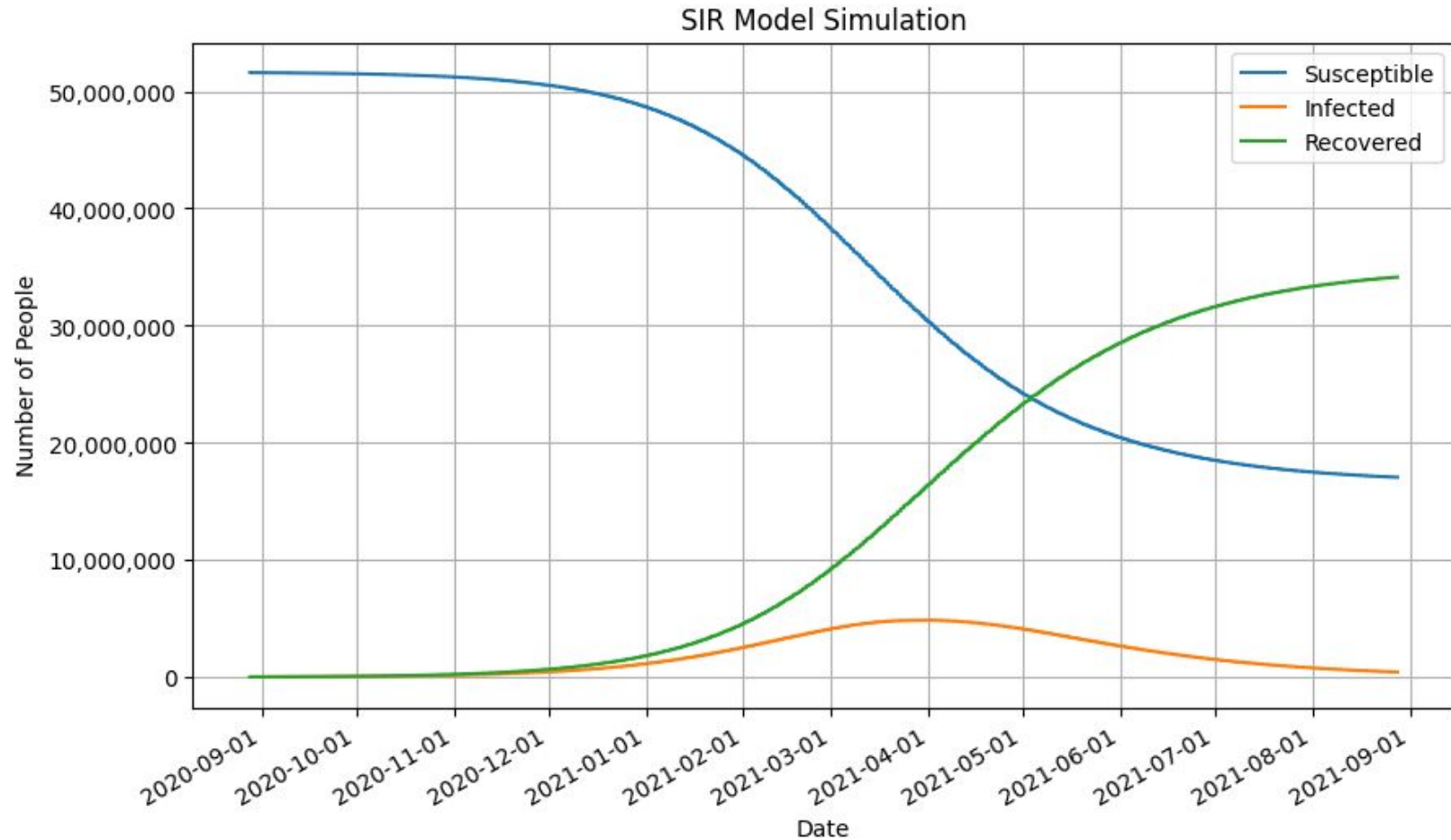
$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta}{N} \cdot S \cdot I - \gamma \cdot I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma \cdot I$$

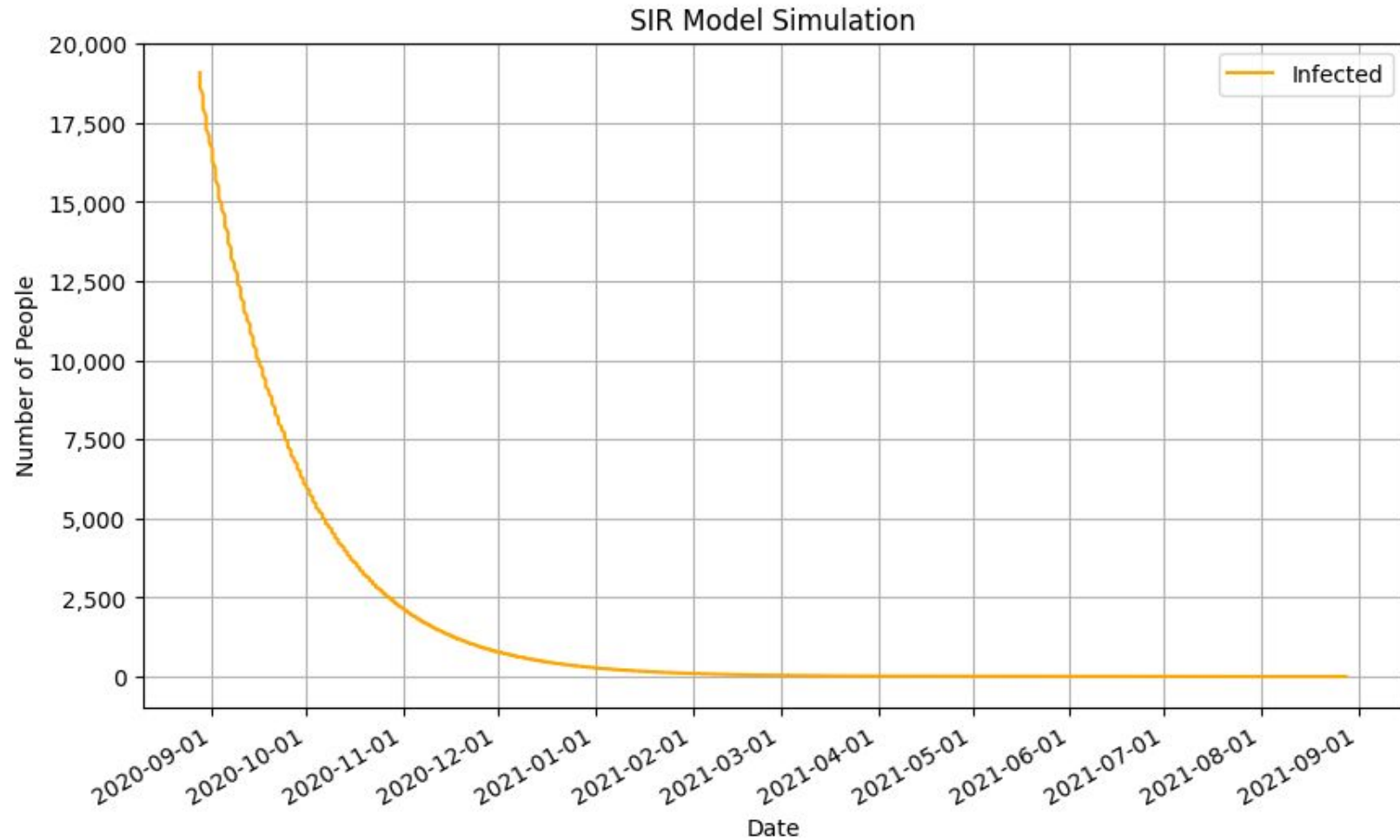
$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$$

N : 전체인구수 ($S + I + R$)
 β : 감염률
 γ : 회복률

코로나 진행 양상을 예측해보자~!!



코로나 진행 양상을 예측해보자~!!



코로나 진행 양상을 예측해보자~!!



SEIRQ

Thank you~~~