

Do you know all about π ?

2020313652 김민국

****수학과과학원배**
 π 소수점아래 자리 많이 외우기 대회!



3.141592
653589...



김민국

김민국 팀 우승~



MVP

pi = 3.

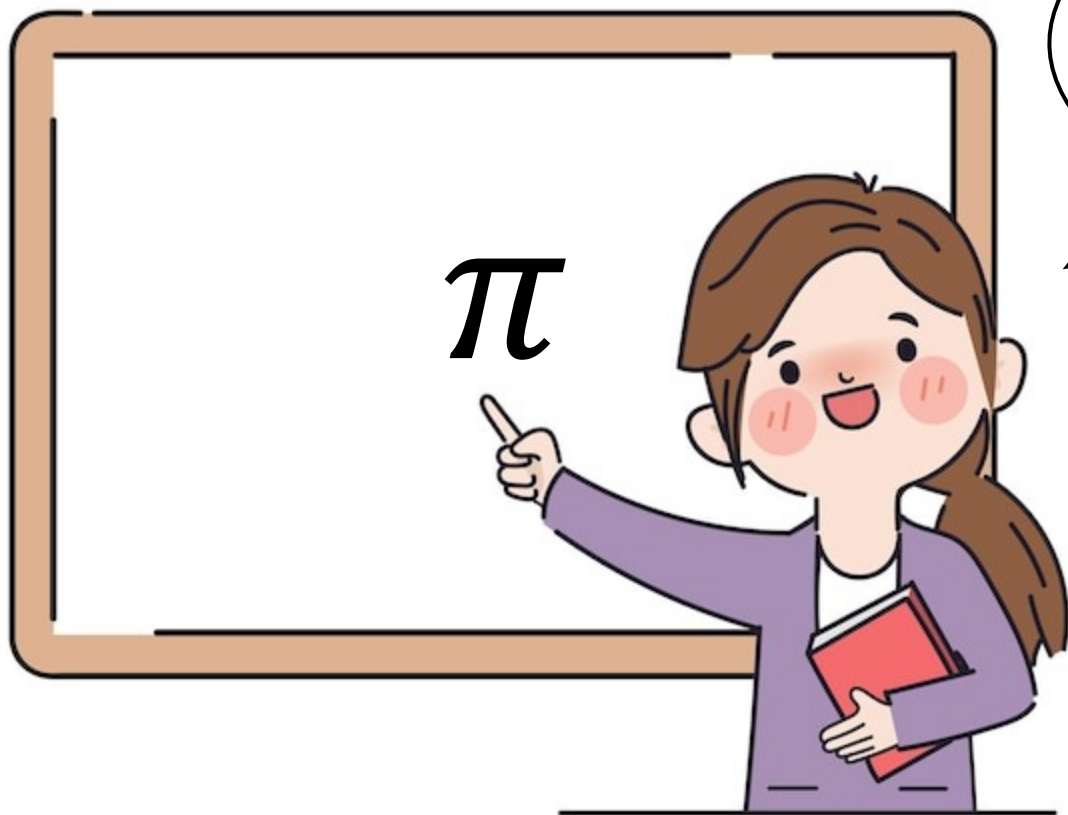
1415926535	8979323846	2643383279	5028841971	6939937510
5820974944	5923078164	0628620899	8628034825	3421170679
8214808651	3282306647	0938446095	5058223172	5359408128
4811174502	8410270193	8521105559	6446229489	5493038196
4428810975	6659334461	2847564823	3786783165	2712019091
4564856692	3460348610	4543266482	1339360726	0249141273
7245870066	0631558817	4881520920	9628292540	9171536436
7892590360	0113305305	4882046652	1384146951	9415116094
3305727036	5759591953	0921861173	8193261179	3105118548
0744623799	6274956735	1885752724	8912279381	8301194912



9833673362	4406566430	8602139494	6395224737	1907021798
6094370277	0539217176	2931767523	8467481846	7669405132
0005681271	4526356082	7785771342	7577896091	7363717872
1468440901	2249534301	4654958537	1050792279	6892589235
4201995611	2129021960	8640344181	5981362977	4771309960
5187072113	4999999837	2978049951	0597317328	1609631859
5024459455	3469083026	4252230825	3344685035	2619311881
7101000313	7838752886	5875332083	8142061717	7669147303
5982534904	2875546873	1159562863	8823537875	9375195778
1857780532	1712268066	1300192787	6611195909	2164201989



파이의 소수점 아래
모든 숫자들을 알 수
는 없을까?



π 는 무리수이기 때문에
소수점 아래의 숫자들이
불규칙하게 나온단다!





$n=4$



$n=5$



$n=6$



$n=7$

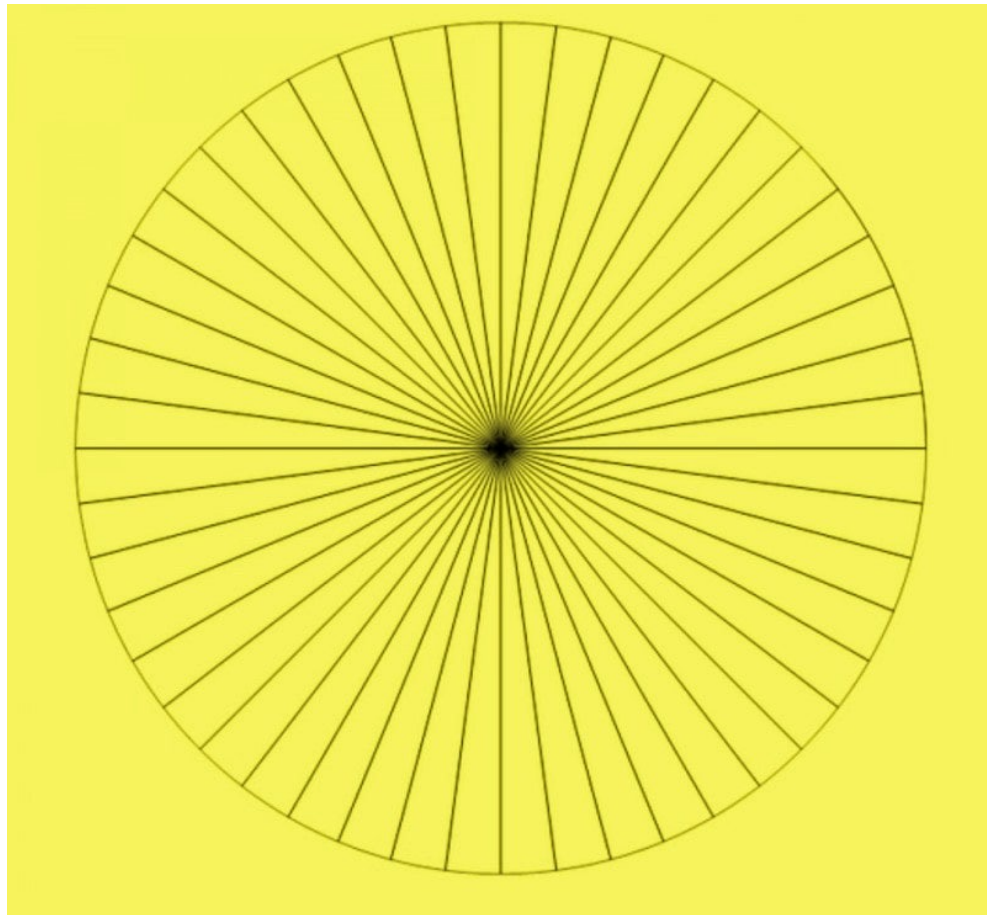


$n=8$



$n=9$

아르키메데스의 방법



$$\frac{223}{71} = 3.1408 \dots < \pi < 3.1428 = \frac{22}{7}$$

Ludolph van Ceulen

4,611,686,018,427,387,904각형
(461경 1686조 184억 2738만 7904)

3.14159265358979323846264338327950288 (35자리)

Madhava–Leibniz series

$$\pi = 4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots \right)$$

Ramanujan–Sato series

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{99^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!}{k!^4} \frac{26390k + 1103}{396^{4k}}$$



그런데 무리수임에도
불구하고 명확한 규칙
이 있는 수들도 있지
않나?

Champernowne constant(챔버나운 수)

0.12345678910111213...

Liouville number(리우빌 수)

0.1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 ...



만약 π 의 10진법을 다른 N
진법으로 바꿨을 때, 챔버
나운 수나 리우빌 수가 된
다면 π 의 모든 소수점 아래
숫자 배열을 알 수 있네!

16진법

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

ex)

$$16_{10} = 11_{16}$$

$$46_{10} = 2E_{16}$$

$$300_{10} = 12C_{16}$$

계산 중...

11.0010010000 ...₂
10.0102110122 ...₃
3.0210033312 ...₄
3.0323221430 ...₅
3.0503300514 ...₆
3.0663651430 ...₇
3.1103755242 ...₈
3.1241881240 ...₉
3.1415926535 ...₁₀
3.1615070286 ...₁₁
3.184809493*B* ...₁₂
3.1*AC*1049052 ...₁₃
3.1*DA75CDA81* ...₁₄
3.21*CD1DC46C* ...₁₅
3.243*F6A8885* ...₁₆
3.26*FAG579ED* ...₁₇
3.29*FDEH0G77* ...₁₈

그러나...

아직까지 π 는 챔버나운 수나, 리우빌
수처럼 진법을 바꿔도 명확히 보이
는 규칙이 발견되지 않았다.



BBP 공식(Bailey–Borwein–Plouffe formula)

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right) \right]$$

소수점 아래 4번째 자리를 구해보자.

$$k = 0 \rightarrow \frac{1}{16^0} \times \left(\frac{4}{1} - \frac{2}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{16^0} \times \frac{47}{15} = 3.2222222222 \dots_{16}$$

$$k = 1 \rightarrow \frac{1}{16^1} \times \left(\frac{4}{9} - \frac{2}{12} - \frac{1}{13} - \frac{1}{14} \right) = \frac{1}{16^1} \times \frac{106}{819} = 0.212212212 \dots_{16}$$

$$k = 2 \rightarrow \frac{1}{16^2} \times \left(\frac{4}{17} - \frac{2}{20} - \frac{1}{21} - \frac{1}{22} \right) = \frac{1}{16^2} \times \frac{829}{19635} = 0.000ACEF6 \dots_{16}$$

$$k = 3 \rightarrow \frac{1}{16^3} \times \left(\frac{4}{25} - \frac{2}{28} - \frac{1}{29} - \frac{1}{30} \right) = \frac{1}{16^3} \times \frac{316}{15225} = 0.00005503 \dots_{16}$$

$$k = 2 \rightarrow \frac{1}{16^2} \times \left(\frac{4}{17} - \frac{2}{20} - \frac{1}{21} - \frac{1}{22} \right) = \frac{1}{16^4} \times \frac{829}{19635} = 0.00000326 \dots_{16}$$

$$\begin{aligned}
& 3.22222222 \dots_{16} \\
& + 0.02122122 \dots_{16} \\
& + 0.000ACEF6 \dots_{16} \\
& + 0.00005503 \dots_{16} \\
& + 0.00000326 \dots_{16} \\
& = 3.243E \dots_{16}
\end{aligned}$$

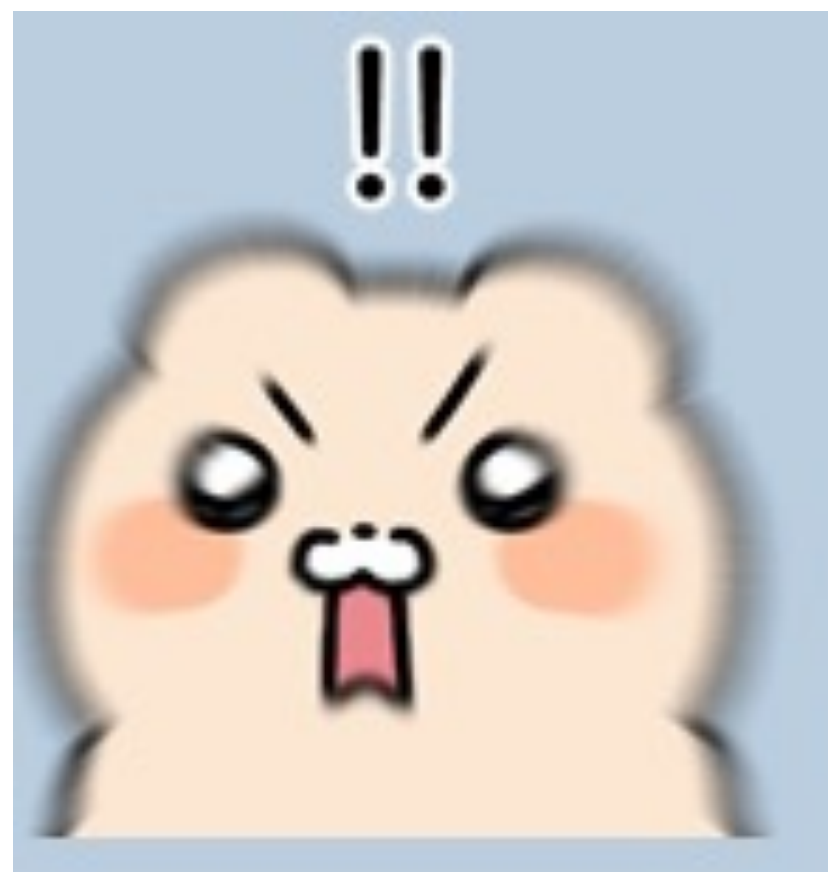
$$3.243E \dots 16$$



$$3 + \left(2 \times \frac{1}{16^1}\right) + \left(4 \times \frac{1}{16^2}\right) + \left(3 \times \frac{1}{16^3}\right) + \left(E \times \frac{1}{16^4}\right)$$

$$= 3 + 0.125 + 0.015625 + 0.0007324219 + 0.000213623$$

$$= 3.1415710449$$





10진법에서도 이러한
표현이 있을까?
N번째 숫자만 출력할
수는 없을까?

감사합니다